**Практическая работа № 1**

***Тема: «Временная оценка денежных потоков»***

***Цель работы:*** изучить теорию изменения стоимости денег во времени и практически применить данные знания в решении задач по финансовой математике.

**Теоретический материал**

Теория изменения стоимости денег исходит из предположения, что денежные средства со временем изменяют свою стоимость. Приведение денежных сумм, возникающих в

разное время, к сопоставимому виду называется временной оценкой денежных потоков.

Основными операциями, позволяющими сопоставлять разновременные деньги, являются операции накопления и дисконтирования.

Накопление – это процесс определения будущей стоимости денег (*Future value* – будущая стоимость, далее FV).

Дисконтирование – это процесс приведения денежных поступлений к текущей стоимости (*Present value* – текущая стоимость, далее PV).

При операциях приведения денежных поступлений к их будущей стоимости ставку процента принято называть ставкой дохода. При операциях приведения денежных поступлений к их текущей стоимости ставку процента принято называть ставкой

дисконта.

Накопление (по ставке дохода i)

 PV FV

Дисконтирование (по ставке дисконта i)

Использование сложного процента предполагает начисление процентов на сумму первоначального вклада и начисленных за предыдущие периоды процентов, т.е. полученный процент вместе с первоначальными инвестициями становится частью основной суммы. Использование простого процента предполагает начисление процентов в течение всех периодов на первоначальную сумму, т.е. не начисляются проценты на

проценты.

***1. Будущая стоимость единицы (сложный процент)*** показывает рост стоимости денежной единицы, положенной на депозит, с начислением процентов на сумму вклада и ранееначисленные проценты:

*FV* *PV*1*i**n*

где FV – будущая стоимость денег;

 PV – текущая стоимость денег;

 i – процентная ставка (ставка дохода);

 n – число лет.

При более частом начислении процентов, чем один раз в год необходимо откорректировать процентную ставку (i) и число лет (n). В данном случае n является числом периодов начисления процентов.

 Годовая ставка Числомесяцеввпериоденачисления

i =--------------------------------------------------------------------

 12

n – Число периодов начисленияпроцентов. Число лет .

Фактор показывает, какая сумма будет накоплена на счете к концу определенного периода при заданной ставке дохода, если сегодня положить на счет 1 денежную единицу.

***Правило 72***

Для примерного определения срока удвоения капитала в годах необходимо 72 разделить на целочисленное значение годовой ставки дохода на капитал. Правило применимо для

ставок дохода на капитал в интервале 3–18 %.

***2. Текущая стоимость единицы (дисконтирование)*** показывает текущую стоимость одной денежной единицыбудущего единовременного поступления с учетом заданного

процента:

 *1*

*PV = FV* × ---------------

 (1 + i)n

Фактор показывает, какова при заданной ставке дисконта текущая стоимость 1 денежной единицы, получаемой в конце определенного периода времени. Функция дисконтирования является обратной по отношению к функции сложного процента.

***3. Текущая стоимость аннуитета (текущая стоимость единичного аннуитета)***

Аннуитет (далее в формулах – PMT) – серия равновеликих платежей или поступлений, отстоящих друг от друга на один и тот же промежуток времени. Аннуитеты бывают авансовые и обычные. Обычный аннуитет показывает текущую стоимость равномерного потока доходов или постоянного ряда равных платежей, когда все поступления происходят в конце периода:

 *1*

1 – -------------

 (1 + i)n

*PV = PMT ---------------------*

 i

 Фактор показывает, какова при заданной ставке дисконта текущая стоимость серии

платежей в одну денежную единицу в течение определенного периода. Авансовый аннуитет – это периодические платежи, поступающие в начале периода начисления процентов. Фактор текущей стоимости авансового аннуитета равен фактору текущей стоимости обычного аннуитета для предыдущего периода, к которому прибавлена единица. Расчетная формула текущей стоимости аннуитета для авансового аннуитета выглядит следующим образом:

 *1*

1 – -------------

 (1 + i)n

*PV = PMT ---------------------* × (1 + i)

 I

***4. Взнос на амортизацию единицы (периодический взнос на погашение кредита)***– эта функция используется для определенияаннуитетных платежей в счет погашения кредита, выданного наопределенный период при заданной ставке процента:

 *i*

*PMT = PV------------------*

 *1*

 *1 - -------------*

 (1 + i)n

Фактор показывает, какими должны быть аннуитетные платежи в счет погашения кредита в 1 денежную единицу, выданного под определенный процент на определенный период.

На практике данная функция используется для расчета величины равновеликого взноса в счет погашения самоамортизирующего кредита. Взнос на амортизацию денежной единицы является обратной функцией по отношению к текущей стоимости аннуитета.

Расчетная формула периодического взноса на погашение кредита для авансового аннуитета выглядит следующим образом:

 *i*

*PMT = PV --------------------*

 *1*

 *1 - -------------*

 (1 + i)n

***5. Накопление единицы за период (будущая стоимость аннуитета)***показывает будущую стоимость ряда равныхплатежей, поступлений размером в одну денежную единицу призаданной ставке и сроке:

 (1 + i)n – 1

*FV = PMT ---------------------*

 *i*

Данная функция на практике широко применяется при депонировании вкладов населения, формировании фонда возмещения (амортизационного фонда), если известны ежегодные отчисления. Фактор показывает, какая сумма будет накоплена на счете при заданной

ставке, если регулярно в течение определенного периода откладывать на счет 1 денежную единицу. Фактор будущей стоимости авансового аннуитета равен фактору будущей

стоимости обычного аннуитета для следующего периода минус единица. Расчетная

формула накопления единицы за период для авансового аннуитета выглядит следующим образом:

 (1 + i)× (1 + i)n – 1

*FV = PMT----------------------*

i

*6. Фактор фонда возмещения (формирование фонда возмещения)*. Эта функция используется для определенияравномерных периодических платежей, которые необходимоосуществлять в течение заданного периода, чтобы к концу срока иметь на счете, приносящем доход по заданной ставке, определенную сумму денег:

 *i*

*PMT = FV---------------*

 (1 + i)n – 1

Фактор показывает, сколько нужно откладывать на счет регулярно в течение

определенного времени, чтобы при заданной ставке дохода иметь на счете к концу этого срока 1 денежную единицу. Данная функция является обратной по отношению к будущей стоимости аннуитета. Расчетная формула фактора фонда возмещения для авансового аннуитета выглядит следующим образом:

 *i*

*PMT = FV* -----------------------------

 (1 + i)× (1 + i)n – 1

***Практическая часть:***

***Задача №* 1.** Рассчитать будущую стоимость вложенных 100 денежных единиц при начислении процентов в течение 5 периодов для простого и сложного процента при ставке 10 %.

***Задача №* 2.** Какая сумма будет накоплена на счете к концу второго года, если сегодня положить на счет, приносящий 14 % годовых, 1 000 р. Начисление процентов в конце каждого года, квартала, месяца.

***Задача №* 3.** Определить текущую стоимость 1 000 р., которые будут получены через 1 год при 10 % ставке. Начисление процентов в конце каждого года, квартала, месяца.

***Задача №* 4.** Договор аренды квартиры составлен на один год. Определить текущую стоимость арендных платежей при 10 % ставке дисконтирования, если арендная плата в размере 60 000 р. выплачивается в конце года; если арендная плата в размере 5 000 р. выплачивается в конце каждого месяца; и если арендная плата в размере 5 000 р. выплачивается в начале каждого месяца.

***Задача №* 5.** Оценить текущую стоимость права получения ежегодного чистого рентного дохода в 100 денежных единиц на протяжении четырех лет при ставке 10 %. Результат проверить методом депозитной книжки.

***Задача №* 6.** Вкладчик депонирует 100 р. в течение четырех лет при ставке 10 %.

Определить накопленную сумму на счете при условии внесения средств:

а) в конце каждого года;

б) в начале каждого года.

***Задача №* 7.** Определить сумму, которая будет накоплена на счете, приносящем 10 % годовых, к концу шестого месяца, если ежемесячно откладывать на счет 1 000 р.

***Задача №* 8.** Вкладчику необходимо через четыре года иметь на счете 1 млн. р. Определить размер ежегодных платежей при ставке 20 %.

***Задача №* 9.** Определить какими должны быть платежи, чтобы к концу восьмого года иметь на счете, приносящем 15 % годовых, 100 000 р. Поступление платежей в конце каждого года, квартала, месяца.

***Задача №* 10.** Сумма заемных средств 331,2 р. Сколько необходимо выплачивать, чтобы рассчитаться по данному займу через четыре года. Процент платы за кредит составляет 6 %.

***Задача №* 11.** На покупку недвижимости выдан кредит в размере 10 млн. р. на пять лет под 15 % годовых. Определить размер платежей. Начисление процентов в конце каждого года, квартала, месяца.

***Задача №* 12.** На покупку недвижимости выдан кредит в размере 10 млн. р. на пять лет под 15 % годовых, погашение ежегодное. Рассчитать остаток долга по кредиту на конец третьего года.

***Задача №* 13.** Производственный корпус был куплен за 6 500 тыс. р. с отсрочкой платежа на три года. Определить текущую стоимость корпуса, если бы расчет был произведен сразу, из расчета 15 % годовой ставки.

***Задача №* 14.** При сдаче в аренду офисного центра генерируется следующий поток доходов: первый год 6 500 тыс. р., второй год 7 000 тыс. р., третий год 8 000 тыс. р., четвертый год 9 500 тыс. р. Определить текущую стоимость потока доходов при ставке 15 % годовых.

***Задача №* 15.** Семья располагает суммой 150 тыс. р. Определите покупательскую способность этой суммы через три года при темпах инфляции 10 %.

***Задача №* 16.** Через сколько лет 500 тыс. р. будут иметь покупательскую способность 212 тыс. р. при темпах инфляции 10 % в год.

***Задача №* 17.** Инвестор имеет возможность разместить свой капитал в 100 000 млн. р. в двух проектах на пять лет. Первый проект предполагает вложение средств в строительство офиса с удвоением капитала за указанное время. Второй – строительство магазина и 13 % годового дохода. Дайте рекомендацию инвестору, какой проект следует предпочесть. Задачу решить двумя способами.

***Задача №* 18.** Для покупки дома необходима сумма 716,58 тыс. р. Ежемесячно семья может откладывать 3 тыс. р. под 10 % годовых с ежемесячным начислением процентов. Определить, через какое время будет накоплена необходимая сумма.

***Задача №* 19.** В рекламе утверждается, что, вложив сегодня в строительство гостиницы 13 420 р., вы будете получать ежегодно по 2 000 р. в течение десяти лет. Проанализируйте данный вариант вложения средств при темпах инфляции 10 %. Определите, какой инфляционный процент отслеживается.

***Задача №* 20.** На протяжении двадцати лет ежегодный доход от сдачи в аренду складского комплекса составляет 650 тыс. р. По окончании этого срока объект продается за 3 770 тыс. р. Определите текущую стоимость денежных потоков при 10 %

ставке дисконта.

***Задача №* 21.** В течение четырех лет доход от сдачи в аренду помещения спортивного клуба составляет 20 млн. р. в год, а затем в течение трех лет 18 млн. р. в год. Определить

максимальную цену покупки данного объекта недвижимости при 10 % ставке дисконта. Показать решение разными способами и сделать проверку.

***Задача №* 22.** В течение трех лет доход от сдачи в аренду помещения кафе составляет 15 млн. р. в год, а затем в течение четырех лет 20 млн. р. в год. Определить максимальную цену покупки данного объекта недвижимости при ставке дисконта 15 %. Показать решение разными способами и сделать проверку.

***Задача №* 23.** Прогнозируется, что инвестиционный проект строительства станции технического обслуживания автомобилей будет приносить 1 500 тыс. р. в год в течение семи лет. В период вхождения в рынок риск проекта выше, чем в последующие годы,

поэтому ставка дисконта для первых двух лет принимается 15 %, а для последующих 10 %. Какова максимальная стоимость данного проекта?

***Задача №* 24.** Семья желает приобрести квартиру через пять лет за 2 200 тыс. р. Определить, какую сумму семья должна ежегодно откладывать на счет в банке при ставке депозита 10 % годовых.

***Задача №* 25.** Стоимость пятилетнего обучения в вузе составляет 300 тыс. р. Плата перечисляется в конце каждого года обучения равными долями. Какую сумму необходимо положить в банк, начисляющий 15 % годовых, если по условиям договора банк

принимает на себя обязательства по перечислению в вуз платы за обучение.

***Задача №* 26.** Стоимость пятилетнего обучения в вузе составляет 300 тыс. р. Плата перечисляется ежегодно авансовым платежом за каждый год обучения равными долями. Какую сумму необходимо положить в банк, начисляющий 15 % годовых, если по условиям договора банк принимает на себя обязательства по перечислению в вуз платы за обучение.

***Задача №* 27.** Объект в течение восьми лет обеспечит в конце года поток арендных платежей по 280 тыс. р. После получения последней арендной платы он будет продан за 11 500 тыс. р. Расходы по продаже составят 500 тыс. р. Рассчитайте совокупную текущую стоимость предстоящих поступлений денежных средств, если вероятность получения запланированной суммы аренды и продажи требует применения ставок дисконта в

10 % и 20 % соответственно.

***Задача №* 28.** Пенсионный фонд «Ветеран» принимает взносы под 15 % годовых с ежемесячным начислением процентов. Какая сумма будет накоплена к выходу на пенсию, если из зарплаты в конце месяца перечислять в фонд:

а) 100 р. в течение 10 лет;

б) 500 р. в течение 5 лет.

***Задача №* 29.** Определите ежегодные выплаты по самоамортизирующемуся кредиту в сумме 550 тыс. р., 12 предоставленному на два года при номинальной годовой ставке

20 % при обычном и авансовом аннуитетах.

***Задача №* 30.** Сколько надо положить на счет в банк под 20 % годовых, чтобы через десять лет купить квартиру за 4 млн. р.?

а) однократно;

б) ежегодно.

***Контрольные вопросы:***

1. Для чего необходима временная оценка денежных потоков?

2. Что такое аннуитет и какие разновидности аннуитетов бывают?

3. Какой экономический смысл у операций накопления и дисконтирования?

4. Назовите функции сложного процента, покажите их взаимосвязи.

5. В каких случаях в расчетных формулах функций корректируют процентную ставку и число периодов начисления процентов.